

Physikalisches Fortgeschrittenenpraktikum

Gitterschwingungen

– *Nachtrag* –

Armin Burgmeier

Robert Schittny

1 Betrachtetes Modell

Da die Beschreibung des im Versuch verwendeten Modells in der Vorbereitung etwas kurz kam möchten wir hier noch etwas näher darauf eingehen. Wir betrachten Gitterschwingungen in einem Festkörper. Dabei treten verschiedene Wechselwirkungen zwischen den Atomen auf, hauptsächlich kovalente (durch Überlapp der Wellenfunktion verursacht) oder elektromagnetische (bei ionischen Bindungen).

Betrachtet man das Potential für einen Gitterbaustein in der Nähe eines anderen, so erhält man ein gegen unendlich strebendes Potential für kleine Abstände (im wesentlichen aufgrund des Pauli-Prinzips) und eine Anziehung für große Abstände (da ein Bindungszustand die Gesamtenergie absenkt). Es entsteht ein typisches Paarpotential:

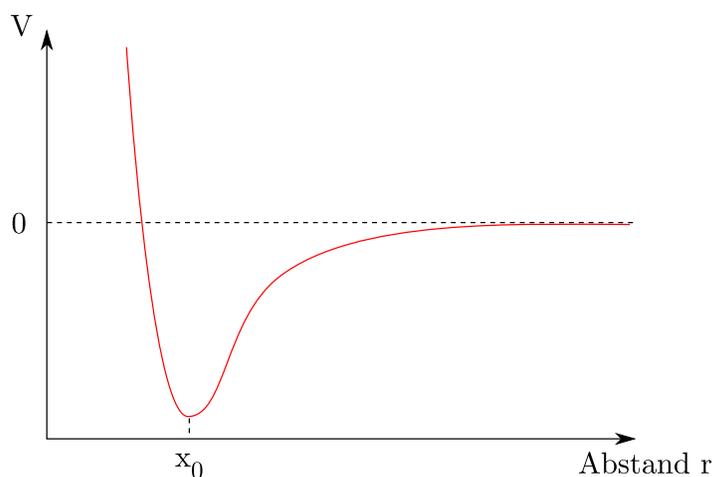


Abbildung 1: Verlauf des Paarpotentials zwischen zwei Gitteratomen

2 Kreisfrequenzen

Die Atome befinden sich dabei in der Gleichgewichtslage x_0 , da hier die Energieabsenkung am größten ist. Durch die oben beschriebenen Wechselwirkungen schwingen sie darum herum. Für die folgende Betrachtung sind zwei Näherungen wesentlich:

- Harmonische Näherung

Die genaue Form des Paarpotentials ist nicht bekannt. Geht man allerdings von hinreichend kleinen Auslenkungen aus, so kann man das Potential um die Gleichgewichtslage in zweiter Ordnung als Parabel annähern.

- Nächster-Nachbar-Näherung

Die Wechselwirkungen werden nur zwischen benachbarten Atomen berücksichtigt, da sie meistens sowieso recht schnell mit dem Abstand abklingen.

Mit diesen beiden Vereinfachungen wirken bei einer linearen (eindimensionalen) Kette auf ein Atom nur noch zwei Kräfte mit harmonischer Kopplung. Es bleiben also eine Reihe von Punktmassen, die mit idealen Federn mit ihren Nachbarn verbunden sind. Dieses Modell wird im Versuch aufgegriffen und untersucht.

2 Kreisfrequenzen

Wir haben irrtümlicherweise angenommen, die gemessenen Frequenzen seien bereits Kreisfrequenzen. Dies war allerdings nicht der Fall, daher sind alle ω -Werte noch mit 2π zu multiplizieren. Dieser Fehler setzt sich insbesondere in den Schallgeschwindigkeiten und Federkonstanten fort.

Schallgeschwindigkeiten Da die Kreisfrequenz linear in die Schallgeschwindigkeit eingeht unterscheidet sich diese auch gerade um einen Faktor 2π von den zuvor errechneten. Korrigiert ergeben sich

$$v_{s,1} = (3,0021 \pm 0,0048) \text{ m/s} \quad (1)$$

$$v_{s,2} = (2,6056 \pm 0,0068) \text{ m/s} \quad (2)$$

$v_{s,1}$ ist die Schallgeschwindigkeit der einatomigen Kette und $v_{s,2}$ die der zweiatomigen.

Massenverhältnis Da das Massenverhältnis nur vom Verhältnis der beiden Schallgeschwindigkeiten abhängt fließt der Fehler dort nicht ein. Das vorherige Ergebnis

$$\gamma = 1,655 \pm 0,016 \quad (3)$$

ändert sich also nicht.

Federkonstante Beim Bestimmen der Federkonstante aus der Dispersionsrelation oder der Schallgeschwindigkeit gelten die gleichen Formeln, allerdings mit anderen Werten für die Kreisfrequenz ω und der Schallgeschwindigkeit $v_{s,1}$ bzw. $v_{s,2}$. Mit den korrigierten Werten erhalten wir für die einatomige Kette:

3 Amplitudenverhältnisse

$$D_{1,dispersion} = (26,853 \pm 0,011) \text{ kg/s}^2 \quad (4)$$

$$D_{1,schall} = (26,132 \pm 0,084) \text{ kg/s}^2 \quad (5)$$

$$D_{1,fit} = (27,112 \pm 0,060) \text{ kg/s}^2 \quad (6)$$

Wie zuvor sind alle drei Werte in etwa gleich (wie erwartet), allerdings nicht hinsichtlich ihrer Fehlergrenzen. Dies lässt vermuten, dass nicht berücksichtigte systematische Fehler eine signifikante Rolle spielen.

Auch für die zweiatomige Kette haben wir die gleichen Berechnungen mit den korrigierten Werten für die Kreisfrequenz vorgenommen.

$$D_{2,aku,dispersion} = (26,439 \pm 0,189) \text{ kg/s}^2 \quad (7)$$

$$D_{2,aku,fit} = (25,902 \pm 0,109) \text{ kg/s}^2 \quad (8)$$

$$D_{2,opt,dispersion} = (27,024 \pm 0,072) \text{ kg/s}^2 \quad (9)$$

$$D_{2,opt,fit} = (26,722 \pm 0,065) \text{ kg/s}^2 \quad (10)$$

3 Amplitudenverhältnisse

Wir wollen hier noch auf die bisher vernachlässigten Vorzeichen der Amplitudenverhältnisse eingehen.

Aus dem Modenbild der Vorbereitungsmappe ist zu erkennen, wann die in unserem Fall betrachteten Gleiter 4 und 5 gleichphasig und wann sie gegenphasig schwingen. Gegenphasiges Schwingen bringt ein negatives Amplitudenverhältnis mit sich, gleichphasiges ein positives. Dies ließen wir bisher außer Acht, da die Messungen nur die Beträge der Amplitude enthielten.

Außerdem bringt der Korrekturfaktor K noch einmal ein Vorzeichenwechsel bei den Moden 3 und 6 mit sich. Somit erhalten wir ein positives Amplitudenverhältnis für alle akustischen sowie ein negatives Amplitudenverhältnis für alle optischen Moden.

Ergebnisse Die Beträge unserer ursprünglichen Ergebnisse bleiben alle gleich, weshalb sich auch an den Fehlern nichts ändert. Auch ändert sich am Gesamtbild der akustischen Moden nichts, wohl aber bei den optischen Moden. Wir geben hier der Vollständigkeit halber noch einmal alle Ergebnisse an:

| n | $\overline{s_M(j-1)}$ [mm] | $\sigma_{\overline{s_M(j-1)}}$ | $\overline{s_m(j)}$ [mm] | $\sigma_{\overline{s_m(j)}}$ | K | $\mathbf{s_m/s_M}$ | σ_{s_m/s_M} |
|-----|----------------------------|--------------------------------|--------------------------|------------------------------|--------|--------------------|--------------------|
| 1 | 150,424 | 2,504 | 172,537 | 2,915 | 1,136 | 1,010 | 0,022 |
| 2 | 146,343 | 1,305 | 102,527 | 0,935 | 0,709 | 0,988 | 0,016 |
| 3 | 32,679 | 0,315 | -59,275 | 0,466 | -1,942 | 0,934 | 0,010 |
| 4 | 75,125 | 0,069 | 95,116 | 0,119 | 1,497 | 0,846 | 0,001 |
| 5 | 87,859 | 0,985 | 15,681 | 0,233 | 0,241 | 0,740 | 0,062 |
| 6 | 31,282 | 0,131 | -15,467 | 0,148 | -1,771 | 0,279 | 0,006 |

Tabelle 1: Amplitudenverhältnisse der akustischen Moden

Sowie für die optischen Moden:

3 Amplitudenverhältnisse

| n | $\overline{s_M(j-1)}$ [mm] | $\overline{\sigma_{s_M(j-1)}}$ | $\overline{s_m(j)}$ [mm] | $\overline{\sigma_{s_m(j)}}$ | K | $\mathbf{s_m/s_M}$ | σ_{s_m/s_M} |
|-----|----------------------------|--------------------------------|--------------------------|------------------------------|--------|--------------------|--------------------|
| 1 | 17,116 | 0,233 | -31,317 | 0,359 | 1,136 | -1,610 | 0,024 |
| 2 | 28,553 | 0,266 | -32,607 | 0,269 | 0,709 | -1,610 | 0,019 |
| 3 | 6,661 | 0,279 | 34,587 | 0,370 | -1,942 | -2,674 | 0,112 |
| 4 | 25,864 | 0,139 | -74,784 | 0,273 | 1,497 | -1,931 | 0,011 |
| 5 | 37,984 | 0,135 | -20,317 | 0,297 | 0,241 | -2,219 | 0,061 |
| 6 | 8,862 | 0,248 | 95,955 | 0,361 | -1,771 | -6,114 | 0,171 |

Tabelle 2: Amplitudenverhältnisse der optischen Moden

Für die optischen Moden erhalten wir somit folgendes korrigiertes Bild:

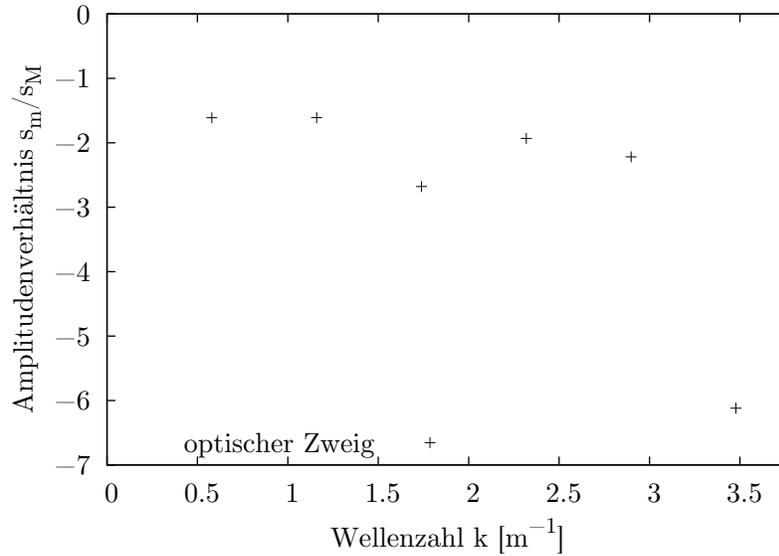


Abbildung 2: Amplitudenverhältnisse der optischen Moden