Vorbereitung zur geometrischen Optik

Armin Burgmeier (1347488) Gruppe 15

9. November 2007

1 Brennweitenbestimmungen

1.1 Kontrollieren der Brennweite

Die angegebene Brennweite einer Sammellinse lässt sich überprüfen, indem man Lichtstrahlen von einer Lichtquelle in großer Entfernung (z.B. der Sonne) auf eine Linse auf gleicher Höhe treffen lässt. Hinter der Linse verschiebt man den Schirm dann so, dass man nur noch einen Punkt auf dem Schirm sieht. Da alle Lichtstrahlen wegen der großen Entfernung zwischen Lichtquelle und Linse nahezu parallel auf die Linse treffen ist dies der Brennpunkt der Linse, und der Abstand zwischen Linse und Schirm ist die Brennweite.

1.2 Genaues Bestimmen der Brennweite

Bildet man einen Gegenstand mit Hilfe einer Linse auf einen Schirm ab, so gibt es genau zwei Positionen der Linse, an der die Abbildung scharf erscheint. Es gilt die so genannten Linsengleichung

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f} \tag{1}$$

mit dem Abstand zwischen Linse und Schirm (a') und dem Abstand zwischen Linse und Objekt (a). Zu beachten ist, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Linse liegt und a daher negativ ist. Die Entfernung zwischen Objekt und Schirm beträgt

$$e = a' - a \tag{2}$$

wenn wir den Hauptebenenabstand der dünnen Sammellinse vernachlässigen.

Setzt man 2 in 1 ein, so erhält man eine quadratische Gleichung in a mit den Lösungen

$$a_{1,2} = \frac{-e}{2} \pm \frac{\sqrt{e^2 - 4ef}}{2} \tag{3}$$

Mit 2 findet man $a'_1 = -a_2$ und $a'_2 = -a_1$. Ist d der Abstand zwischen den beiden Positionen der Linse, bei denen ein scharfes Bild entsteht, so ist

$$d = |a' + a| = \sqrt{e^2 - 4ef} \tag{4}$$

Löst man dies nach der gesuchten Brennweite auf, so findet man

$$f = \frac{1}{4}(e - \frac{d^2}{e}) \tag{5}$$

Um die unbekannte Brennweite einer dünnen Sammellinse zu bestimmen, bildet man also einen Gegenstand durch die Linse auf einen Schirm ab und bestimmt experimentell die beiden Positionen, bei denen das Bild scharf wird. Den Abstand dieser beiden Positionen lässt sich ebenso leicht messen wie der Abstand zwischen Objekt und Bild woraus sich mit Gleichung 5 die Brennweite ermitteln lässt.

$e > 4f$ muss gelten, weil $4f$ die Mindestentfernung zwischen Objekt und Bild ist, bei der überhaupt eine Abbildung möglich ist. Ist $\frac{e}{f}$ sehr groß, so muss entweder das Bild oder das Objekt nah am Brennpunkt der Linse sein, und das System wirkt empfindlich auf Variation der Linsenposition. Eine genaue Scharfstellung wird somit schwierig.

Beim Arbeiten mit Linsen(systemen) treten generell Linsenfehler auf. Zwei davon wollen wir in diesem Versuch untersuchen:

- Sphärische Aberration

  Bei der sphärischen Aberration tritt der Effekt zutage, dass Strahlen nahe der Mittelachse durch dies Linse (das sogenannte Paraxialgebiet) durch die Bauform der Linse in einem Brennpunkt weiter weg von der Linse gesammelt werden als die Strahlen, die am Rand der Linse auftreffen (sogenannte Randstrahlen). Mit einem verstellbaren Spalt lassen sich nur entweder Rand- oder Paraxialstrahlen auf die Linse treffen.

- Chromatische Aberration

  Lichtwellen unterschiedlicher Frequenzen werden unterschiedlich stark gebrochen, daher werden blaue Lichtstrahlen näher an der Linse gesammelt als rote Lichtstrahlen. Da wir in der Regel kein monochromatisches Licht verwenden treten somit rote und blaue Ränder bei der Abbildung auf. Durch Rot- und Blaufilter lassen sich die roten bzw. blauen Strahlen filtern.

1.3 Bestimmung der Brennweite eines Zweilinsensystems

Wieder von der Linsengleichung 1 ausgehend kommt man durch Erweiterung mit a und der Beziehung $\beta = \frac{a'}{a}$ (mit dem Abbildungsmaßstab β) auf

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{a}{f} \tag{6}$$

Wählt man nun einen festen Bezugspunkt P im System (in den man gleichzeitig den Ursprung des Koordinatensystems legt) und definiert man den Abstand zwischen Bezugspunkt und der Hauptebene H als l und den Abstand zwischen Bezugspunkt und Objekt O als x, so gilt $x = l + a$.

Gleichung 6 wird damit zu

$$\frac{1}{\beta} = 1 - \frac{l}{f} + \frac{x}{f} \tag{7}$$

Dies kann man als Geradengleichung in x auffassen. Misst man also Abbildungsmaßstäbe für verschiedene x (durch Variation der Position des Objekts) und trägt man $\frac{1}{\beta}$ über x auf, so kann man die Parameter der Geradengleichung, nämlich $1-\frac{l}{f}$ und $\frac{1}{f}$ und somit die Brennweite und den Abstand der Hauptebene vom Bezugspunkt P bestimmen.

Dreht man das System um 180° und wiederholt die Messung so findet man auch den Abstand der zweiten Hauptebene vom Bezugspunkt. Der Hauptebenenabstand beträgt dann $l_1 - |l_2|$.

Bei wenigstens zwei Messungen für unterschiedliche Linsenabstände kann man über

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \tag{8}$$

die Brennweiten der Einzellinsen errechnen. Dazu betrachtet man Gleichung 8 wieder als Geradengleichung (in d). Bei verschiedenen Linsenabständen d misst man also verschiedene Brennweiten F und findet nach linearer Regression den y-Achsenabschnitt $c = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ und die Steigung $m = -\frac{1}{f_1 f_2}$. Daraus ergeben sich die Brennweiten der Einzellinsen zu

$$f_{1,2} = \frac{c}{2m} \pm \frac{\sqrt{c^2 - 4m}}{2m} \tag{9}$$

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Fernrohre

2.1.1 Keplersches Fernrohr

Bei einem keplerschen Fernrohr werden zwei Sammellinsen so angeordnet, dass der hintere Brennpunkt der ersten Linse im vorderen Brennpunkt der zweiten Linse liegt. Die erste Linse sollte eine größere Brennweite als die zweite Linse haben. Die Vergrößerung ergibt sich zu

$$\frac{y}{y'} = -\frac{f_1}{f_2} \tag{10}$$

Das negative Vorzeichen deutet an, dass bei zwei positiven Brennweiten das Bild umgekehrt angezeigt wird. Die Vergrößerung lässt sich auch messen indem man mit einem Auge durch das Fernrohr und mit dem anderen daran vorbei schaut.

2.1.2 Galileisches Fernrohr

Ein galileisches Fernrohr besteht aus einer Sammellinse als Objektiv und einer Zerstreuungslinse als Okular. Die Linsen sind so anzuordnen, dass der hintere Brennpunkt der Sammellinse mit dem hinteren Brennpunkt der Zerstreuungslinse übereinstimmt. Die Vergrößerung ergibt sich ebenfalls nach Gleichung 10 wobei die Brennweite f_2 der Zerstreuungslinse negativ ist; das Bild steht aufrecht.

2.2 Diaprojektion

Das Licht einer (möglichst) punktförmigen Lampe wird mit Hilfe einer Sammellinse (der so genannte Kondensor), hinter dem direkt das Dia (verkehrt herum) verankert ist, gebündelt. Dann trifft es auf eine weitere Sammellinse und erscheint schließlich auf dem Schirm.

Aus der Linsengleichung 1 ergibt sich mit dem Gesamtabstand zwischen Dia und Schirm $d = a' - a$ (a hat negatives Vorzeichen, da der Ursprung in der Vergrößerungslinse liegt)

$$\frac{1}{f} = \frac{d}{ad + a^2} \tag{11}$$

Aus den beiden gegebenen Bedingungen $d = a' - a = 1,5\text{m}$ und $\frac{a'}{a} = -10$ (zehnfache Vergrößerung; negatives Vorzeichen da das Dia zwar verkehrt herum montiert ist, das Bild aber aufrecht angezeigt wird) findet man

$$a = -\frac{1}{11}d \tag{12}$$

und mit Gleichung 11 schließlich $f = -0,129\text{m}$, $a = -0,136\text{m}$ und $a' = 1,36\text{m}$. Da sich vor und hinter der Linse das gleiche optische Medium (Luft) befindet, sind die beiden Brennpunkte symmetrisch und daher beide $0,129\text{m}$ von der Linse entfernt.

2.3 Mikroskop

Ein Mikroskop besteht wieder aus zwei Linsen, einem Objektiv und einem Okular. Diese sind so angeordnet, dass das Bild, das das Objektiv erzeugt, im Brennpunkt des Okulars liegt. Das zu vergrößernde Objekt befindet sich nahe des Brennpunkts des Objektivs. Dieses erzeugt dann ein vergrößertes (virtuelles) Bild. Ist a' der Abstand zwischen Linse und Bild und f_1 die Brennweite des Objektivs, so ergibt sich der Vergrößerungsfaktor zu

$$V_{objektiv} = \frac{a'}{f_1} \tag{13}$$

Das Okular wirkt nun als Lupe, da es so platziert ist, dass das Zwischenbild des Objektivs genau in seinem Brennpunkt entsteht. Ist das Auge in der

Entfernung s_0 zum Okular, und ist f_2 die Brennweite desselben, dann ist die Vergrößerung

$$V_{okular} = \frac{s_0}{f_2} \tag{14}$$

Die Gesamtvergrößerung findet sich zu

$$V = V_{objektiv} V_{okular} = \frac{a' s_0}{f_1 f_2} \tag{15}$$

Die Auflösung kann bei immer kleiner werdenden Brennweiten allerdings nicht beliebig gesteigert werden, da man Punkte in einem Abstand im Wellenlängenbereich des Lichts nicht mehr auseinander halten kann. Mit der geometrischen Optik kann man dies jedoch nicht mehr erklären.

Die Messung der Vergrößerung kann man genauso wie beim Teleskop vornehmen: Man schaut mit einem Auge durch das Mikroskop und mit dem anderen daran vorbei auf eine Millimeterskala.

3 Literatur

Neben der uns ausgehändigten Literaturmappe habe ich zusätzlich die Informationen auf http://wwwex.physik.uni-ulm.de/lehre/gk3a-2003/node18.html verwendet.