

Vorbereitung zum Versuch „elektrische Messverfahren“

Armin Burgmeier (1347488)

Gruppe 15

2. Dezember 2007

1 Messungen an Widerständen

1.1 Innenwiderstand eines μA -Multizets

Die Schaltung wird nach Schaltbild 1 (siehe Anhang) aufgebaut. Das Potentiometer R_2 wird so eingestellt, dass das Strommessgerät genau 1mA anzeigt. Dann wird ein Spannungsmessgerät dazu parallel geschaltet. Mit den gemessenen Werten I_I für Strom und U der Spannung ergibt sich der Innenwiderstand R_I des Strommessgeräts zu

$$R_I = \frac{U}{I_I} \quad (1)$$

1.2 Innenwiderstand des $AV\Omega$ -Multizets

Der Strom durch das Spannungsmessgerät ergibt sich gemäß der Kirchhoffschen Regeln zu $I_U = I_{ges} - I$, wobei I_{ges} den zuvor eingestellten 1mA entspricht. Unter der Annahme dass sich durch Parallelschalten des Spannungsmessgerätes der Gesamtstrom nur unwesentlich ändert ergibt sich daraus sofort der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes:

$$R_U = \frac{U}{I_{ges} - I} \quad (2)$$

Einen besseren Wert für den Innenwiderstand erhält man nun iterativ. Für den Gesamtwiderstand des Stromkreises gilt

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_U}} \quad (3)$$

Andererseits muss für den gesamten Strom im Stromkreis

$$I_{ges} = \frac{U_{ges}}{R_{ges}} \quad (4)$$

gelten wenn $U_{ges} = 6V$ die angelegte Spannung ist. Dann ergibt sich aber wieder ein neuer Wert für den Widerstand des Spannungsmessgerätes:

$$R_U = \frac{U}{I_{ges} - I} \quad (5)$$

1.3 Bestimmen eines unbekanntes Widerstands

Die Schaltung wird nach Schaltbild 2 aufgebaut. In Variante (1) wird eine spannungsrichtige und in Variante (2) eine stromrichtige Messung durchgeführt. Der Widerstand ergibt sich dann wieder nach dem ohmschen Gesetz, wobei bei der stromrichtigen Messung der Innenwiderstand des Strommessgerätes und bei der spannungsrichtigen Messung der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes zu berücksichtigen sind.

Da ein Strommessgerät in Reihe geschaltet wird wünscht man sich dafür einen möglichst kleinen Widerstand (idealerweise 0). Ein Spannungsmessgerät sollte einen möglichst großen Widerstand haben (idealerweise unendlich), damit es die Stromstärke im Stromkreis ohne Messgerät nicht beeinflusst.

1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung

Die Brückenschaltung wird nach Schaltbild 3 aufgebaut. $R_V = 220\Omega$ ist der Strombegrenzungswiderstand. Das Potentiometer R_3 wird so eingestellt, dass das Spannungsmessgerät $V = 0V$ anzeigt. Dann fließt dort kein Querstrom und es gilt $I_2 = I_3$ und $I_1 = I_4$. Nach der Maschenregel gelten dann:

$$I_2 R_2 - R_3 I_1 = 0 \quad (6)$$

$$I_2 R_1 - R_x I_1 = 0 \quad (7)$$

Löst man eine Gleichung nach I_1 auf und setzt sie in die andere ein erhält man den gesuchten Widerstand

$$R_x = \frac{R_3 R_1}{R_2} \quad (8)$$

Der Vorteil dieser Methode ist, dass sie unabhängig von der angelegten Spannung und dem fließenden Strom ist. Man muss lediglich die Nulljustierung vornehmen und die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 möglichst genau kennen.

1.5 Widerstandsmessgerät

Das Messgerät legt eine konstante Spannung an den Widerstand an und zeigt einen Ausschlag α proportional zum Stromfluss. Aus dem ohmschen Gesetz $R = \frac{U}{I}$ ergibt sich der Widerstand also antiproportional zum Ausschlag α . Legt man einen konstanten Strom an und misst die Spannung, so erreicht man ein Messgerät mit linearer Skala.

1.6 Ursprung einer Trockenbatterie

In Schaltung 4 wird U_H so eingestellt, dass das Spannungsmessgerät wieder keine Potentialdifferenz, also $U = 0V$ anzeigt. In dem Fall sind U_H und U_0 gleich. Zu Beachten ist hier, dass U_0 und U_H umgekehrt gepolt sein müssen. Da bei der Messung kein Strom fließt braucht man den Innenwiderstand nicht zu berücksichtigen.

1.7 Innenwiderstand der Trockenbatterie

Zu Schaltung 4 wird ein bekannter Lastwiderstand R zur Batterie parallelgeschaltet. Nun fließt ein Strom und es fällt daher eine Spannung am Innenwiderstand R_i der Batterie ab. Auch das Messgerät zeigt eine Spannung $\Delta U > 0$ an. Für den Strom gilt

$$I = \frac{U_R}{R} \quad (9)$$

wobei U_R die am Widerstand abfallende Spannung ist. Die Gesamtspannung der Batterie setzt sich aus der am Lastwiderstand und der am Innenwiderstand abfallenden zusammen:

$$U_0 = U_R + IR_i \quad (10)$$

Das Messgerät zeigt den Unterschied ΔU zwischen vorheriger (ohne Last) und jetziger Batteriespannung an:

$$\Delta U = U_0 - U_R \quad (11)$$

Einsetzen und Auflösen nach R_i liefert

$$R_i = \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U} \quad (12)$$

wobei U_0 und ΔU bekannte Größen sind.

2 Messungen an Spule und Kondensator

2.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

Die Messung wird wie in 1.5 durchgeführt, wobei der Widerstand durch die Spule ersetzt wird.

2.2 Bestimmung von Induktivität und Verlustwiderstand

Die Schaltung wird nach Schaltskizze 5 aufgebaut. Zu beachten ist, dass je ein Anschluss des Sinusgenerators und des Millivoltmeters geerdet ist, somit müssen die Spannungen an Spule und Widerstand in getrennten Schaltungen gemessen

werden. Für die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung gilt (aus Zeigerdiagramm für die Einzelspannungen ersichtlich):

$$\cos(\varphi) = \frac{U_G^2 + U_W^2 - U_S^2}{2U_G U_W} = \frac{U_W + RI}{U_G} \quad (13)$$

I ist der durch die Schaltung fließende Strom. Die anderen Bezeichnungen sind in der Schaltskizze im Anhang eingetragen. Für den Strom gilt nach dem ohmschen Gesetz am Widerstand

$$I = \frac{U_W}{R_0} \quad (14)$$

Setzt man dies in Gleichung 13 ein und löst nach R auf, so findet man den Verlustwiderstand der Spule

$$R = \frac{U_G^2 - U_W^2 - U_S^2}{2U_W^2} R_0 \quad (15)$$

An der Spule gilt

$$I = \frac{U_S}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad (16)$$

mit dem Scheinwiderstand $\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$. Setzt man I ein und löst nach L auf findet man auch die Induktivität

$$L = \frac{\sqrt{U_S^2 R_0^2 - R^2 U_W^2}}{\omega U_W} \quad (17)$$

2.3 Parallelschwingkreis

Spule und Kondensator werden wie in der Vorbereitungshilfe beschrieben über einen Vorwiderstand zur Spannungsquelle parallelgeschaltet. Die Resonanzfrequenz ω_0 ist die Frequenz, bei der sich der Blindwiderstand von Kondensator und Spule aufheben:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad (18)$$

Anders ausgedrückt wird der Scheinwiderstand

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (19)$$

minimal. Dann wird aber die am Schwingkreis anliegende Spannung maximal. Durch Messen und Auftragen dieser Spannung über der Frequenz können wir so die Resonanzfrequenz ω_0 ermitteln.

Der Resonanzwiderstand R_r ergibt sich aus der Spannung U_r am Schwingkreis bei Resonanzfrequenz und dem als konstant angenommenen Strom I welcher sich mit dem Vorwiderstand R_V zu $I = \frac{U_0}{R_V}$ errechnet, wobei U_0 die angelegte Spannung an der Spannungsquelle ist.

$$R_r = \frac{U_r}{U_0} R_V \quad (20)$$

Die benötigten Beziehungen um R , L und C auszurechnen wurden bereits in der Vorbereitungshilfe hergeleitet. Sie lauten:

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega R_r} \quad (21)$$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \quad (22)$$

$$R = \frac{\Delta\omega L}{\sqrt{3}} \quad (23)$$

2.4 Messung der Wechselstromwiderstände von L und C

In die Schaltung werden diesmal nacheinander Kondensator und Spule eingebaut. Den Widerstand R erhalten wir wieder durch Messen der Spannung U am jeweiligen Bauteil zu $R = \frac{U}{I} R_V$. Den Verlustwiderstand der Spule können wir vernachlässigen, da wegen der höheren Frequenz der Blindwiderstand der Spule überwiegt. Aus den Gleichungen

$$\frac{U}{I} = \omega_0 L \quad (24)$$

$$\frac{U}{I} = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (25)$$

ergeben sich die gesuchten Größen.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Die Schaltung wird wie in Schaltbild 6 im Anhang aufgebaut. R_i ist dabei der Innenwiderstand der Spannungsquelle. Es wird eine beliebige Leerlaufspannung U_0 gewählt und das Potentiometer R so eingestellt, dass diese auf die Hälfte abfällt. In diesem Fall entspricht der am Potentiometer eingestellte Widerstand dem Innenwiderstand.

Für die elektrische Leistung gilt

$$P = UI = RI^2 \quad (26)$$

Bei der Bestimmung der Leistung wird der Innenwiderstand dabei nicht berücksichtigt, denn dieser trägt nicht zur Leistung bei. Für den Strom I gilt jedoch

$$I = \frac{U_0}{R + R_i} \quad (27)$$

woraus für die Leistung

$$P = R \frac{U_0^2}{(R + R_i)^2} \quad (28)$$

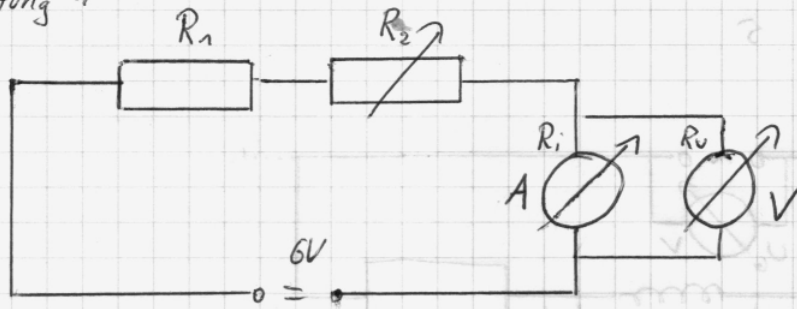
folgt. Differenziert man nach R folgt für den Extrempunkt der Leistung

$$R = R_i \quad (29)$$

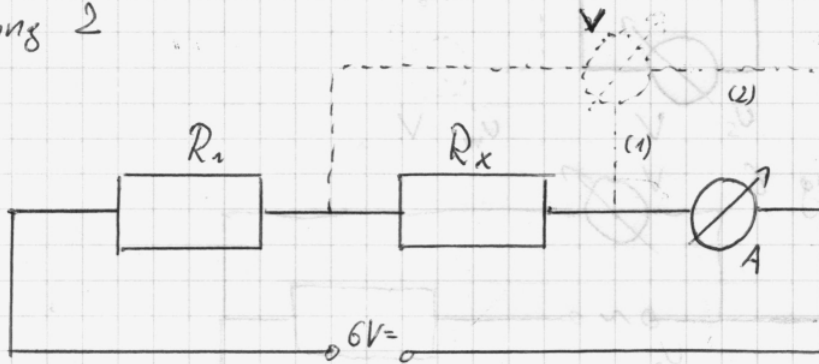
Die maximale Leistung beträgt also

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_i} \quad (30)$$

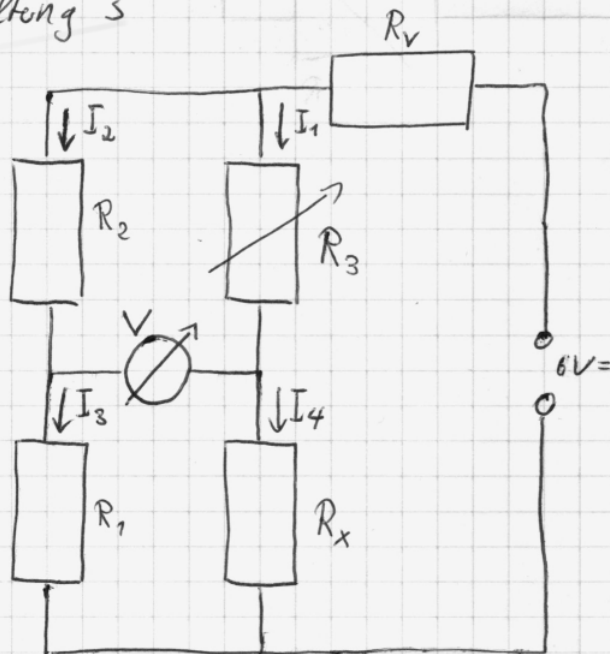
Schaltung 1



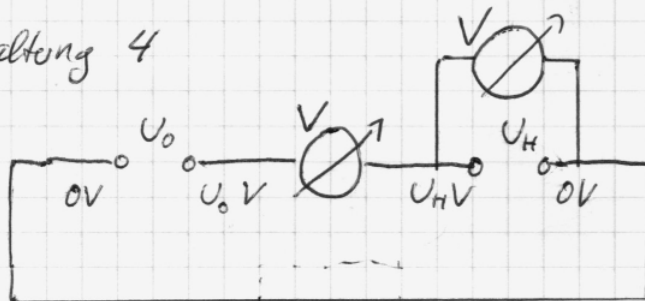
Schaltung 2



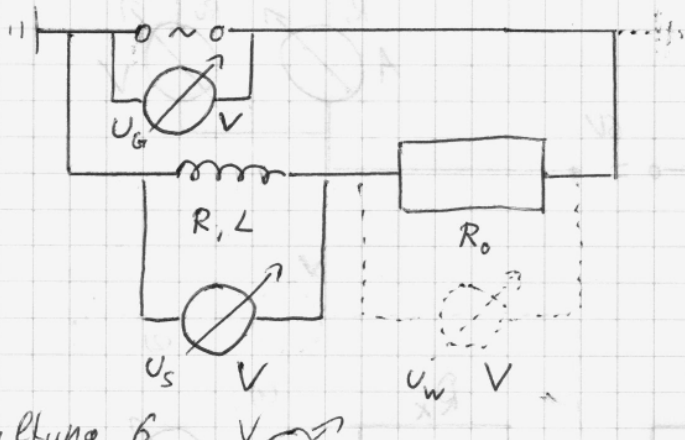
Schaltung 3



Schaltung 4



Schaltung 5



Schaltung 6

