

# Vorbereitung zum Versuch „Laser und Wellenoptik (Teil A)“

Kirstin Hübner (1348630)      Armin Burgmeier (1347488)  
Gruppe 15

27. April 2008

## 0 Grundlagen

### 0.1 Laser

Ein Laser ist eine Lichtquelle, die monochromatisches Licht mit einer hohen Intensitätsdichte und einer großen Kohärenzlänge in eine Richtung ausstrahlt. Bei einem Gaslaser befinden sich dazu einige Gasatome in einem Raum. Jedes Atom befindet sich in einem Grundzustand oder in einem angeregten Zustand. Im thermischen Gleichgewicht sind mehr Atome im Grundzustand als im angeregten Zustand.

Durch Zuführen von Energie von außen können nun Atome so angeregt werden (dazu ist noch ein drittes Energieniveau notwendig), dass mehr Atome im angeregten Zustand als im Grundzustand sind (sog. Besetzungsinversion). In diesem Fall nimmt die Anzahl der Atome im angeregten Zustand exponentiell ab, wobei jeweils ein Photon mit einer ganz bestimmten Energie emittiert wird. Diese Photonen bilden dann den Laserstrahl.

Um die Intensität weiter zu erhöhen werden an den Enden des Gasraums Spiegel (sogenannte Resonatoren) angebracht, von denen einer teildurchlässig ist und durch den daher der Laserstrahl austritt.

Abbildung 1 zeigt den Aufbau eines Neon-Helium-Lasers wie er im Praktikum verwendet wird. In dem Glasrohr befinden sich zwei Elektroden, die das Heliumgas durch Gasentladung in einen angeregten Zustand versetzen. Durch Stöße mit den Neonatomen wird dort eine Besetzungsinversion erreicht. Die abgestrahlte Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers liegt bei  $\lambda_1 = 632,8\text{nm}$ . Im nicht sichtbaren Bereich strahlt er auch noch bei  $\lambda_2 = 1152,3\text{nm}$  und  $\lambda_3 = 3392,2\text{nm}$  (Infrarotbereich).

Das Gasentladungsrohr wird mit sogenannten Brewster-Fenstern abgeschlossen. Dies sind Glasflächen, auf die der Laserstrahl im Brewster-Winkel auftrifft. Der Brewster-Winkel ist der Winkel, bei dem parallel zur Fläche polarisiertes Licht komplett (ohne Reflexion) transmittiert wird. Andere Polarisationsrichtungen erfahren jedoch einen Verlust. Dies hat zur Folge, dass das aus dem Laser

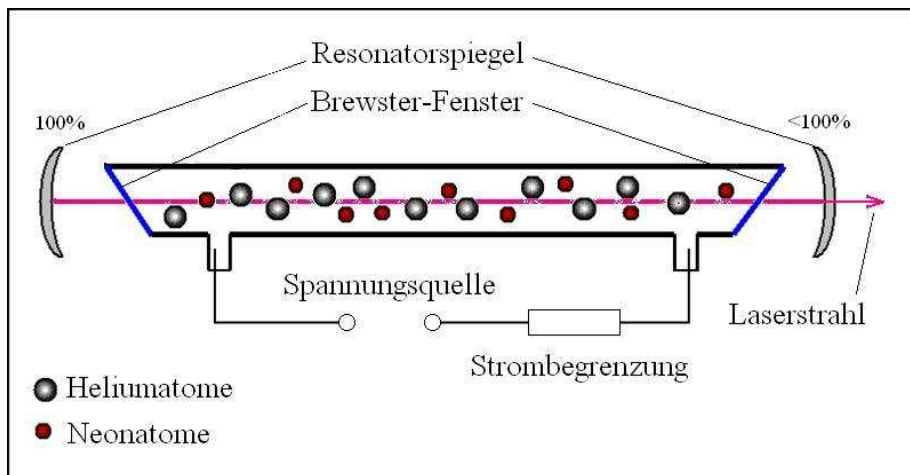


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Lasers am Beispiel des Neon-Helium-Lasers (Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Helium-Neon-Laser>)

austretende Licht hauptsächlich linear parallel zum Brewsterfenster polarisiert ist. Außerdem wird die Gesamtreflexion minimiert (durch Antireflexbeschichtungen lässt sich diese jedoch noch weiter verkleinern).

## 1 Brewsterwinkel

### 1.1 Brewsterfenster und deren Notwendigkeit

Indem eine Glasplatte zwischen das Brewster-Fenster und das Resonatorfenster angebracht wird kann der Effekt beobachtet werden. Ist die Glasplatte im Brewsterwinkel angeordnet (der anders sein kann als der des Brewster-Fensters, da der Brewsterwinkel vom Brechungsindex abhängt), so wird die Intensität ein Maximum annehmen. Bei allen anderen Winkeln wird ein größerer Anteil der Intensität reflektiert, die beobachtete (transmittierte) Intensität nimmt ab.

### 1.2 Messung des Brewsterwinkels

Es soll durch Messung des Brewsterwinkels der Brechungsindex des Glases bestimmt werden. Um den Brewsterwinkel zu messen, wird das Glas so lange gedreht, bis der reflektierte Anteil des Lichts (der an der Zimmerdecke zu sehen sein wird) verschwindet (bzw. minimal wird).

Für parallel polarisiertes Licht gilt für den Feld-Reflexionskoeffizienten  $r$ :

$$r = \frac{n_i \cos(\vartheta_t) - n_t \cos(\vartheta_i)}{n_i \cos(\vartheta_t) + n_t \cos(\vartheta_i)} \quad (1)$$

wobei  $n_i$  bzw.  $n_t$  der Brechungsindex des Mediums vor ( $n_i$ ) bzw. nach der Brechung ( $n_t$ ) darstellt und  $\vartheta_i$  und  $\vartheta_t$  die Brechwinkel zum Lot. Der Feld-Reflexionskoeffizient gibt das Verhältnis der E-Felder  $\frac{E_r}{E_i}$  zueinander an und lässt sich aus den Stetigkeitsbedingungen an das E-Feld an der Grenzfläche herleiten. Für den Brewsterwinkel  $\vartheta_b = \vartheta_i$  soll er 0 werden:

$$r = \frac{n_i \cos(\vartheta_t) - n_t \cos(\vartheta_b)}{n_i \cos(\vartheta_t) + n_t \cos(\vartheta_b)} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2)$$

woraus

$$n_i \cos(\vartheta_t) - n_t \cos(\vartheta_b) = 0 \quad (3)$$

folgt.

Mit dem snelliusschen Brechungsgesetz  $n_i \sin(\vartheta_i) = n_t \sin(\vartheta_t)$  folgt

$$\cos(\vartheta_b) \sin(\vartheta_b) = \cos(\vartheta_t) \sin(\vartheta_t) \quad (4)$$

Diese Bedingung kann nur für  $\vartheta_b = 90^\circ - \vartheta_t$  erfüllt sein. Ersetzt man nun  $\vartheta_t$  durch  $\vartheta_i$ ,  $n_i$  und  $n_t$  mithilfe des snelliusschen Gesetzes und beachtet, dass  $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1-x^2}$  gilt, so findet man

$$\tan(\vartheta_b) = \frac{n_t}{n_i} \quad (5)$$

Da bei uns das Licht aus Luft kommt können wir  $n_i = 1$  setzen und mit dieser Beziehung den gesuchten Brechungsindex  $n_t$  des Glases berechnen.

## 2 Beugung

### 2.1 Einzelspalt

Das Beugungsbild eines Einzelspalters kann nach der Fraunhoferbeugung durch das Betragsquadrat der Fouriertransformierten der Transmissionsfunktion beschrieben werden. Die Transmissionsfunktion ist dabei 1 innerhalb des Spaltes und 0 sonst. Bezeichnet  $a$  die Breite des Spaltes, so gilt

$$T(x) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } |x| \leq \frac{a}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6)$$

$$\frac{I}{I_0} \propto \left| \int_{-\infty}^{\infty} T(x) e^{-ik_x x} \right|^2 = \left( \frac{\sin\left(\frac{a}{2} k_x\right)}{\frac{a}{2} k_x} \right)^2 \quad (7)$$

wobei  $k_x$  den Anteil des Wellenvektors in X-Richtung (hier: Richtung des Spaltes) angibt. Ist  $L$  der Abstand des Schirms vom Spalt,  $p$  die Position auf dem Schirm und  $\alpha$  die Winkel unter dem der Strahl auf den Schirm fällt (siehe Abbildung 2), dann gilt:

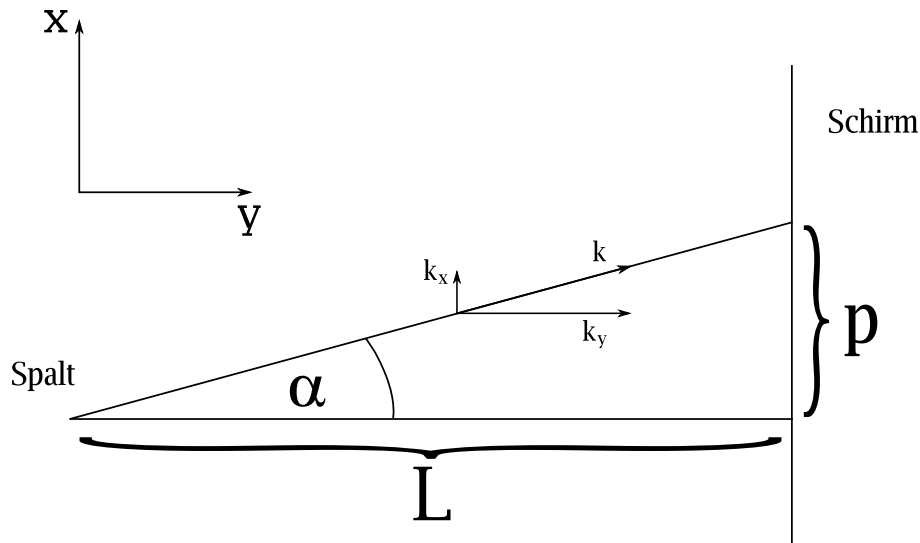


Abbildung 2: Beugung beim Einzelspalt

$$k_x = k \sin(\alpha) = \frac{2\pi \sin(\alpha)}{\lambda} \approx \frac{2\pi \tan(\alpha)}{\lambda} = \frac{2\pi p}{L\lambda} \quad (8)$$

mit der Wellenlänge  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  des Lichts. Die Näherung  $\sin \alpha = \tan \alpha$  ist bei großem Abstand  $L$  des Schirms zulässig, da die beobachtbaren Intensitätsminima und -maxima dann nur unter kleinen Winkeln auftreten werden. Damit kann die Intensitätsverteilung auf dem Schirm direkt abhängig von der Position auf dem Schirm  $p$  angegeben werden:

$$I \propto \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi p a}{L\lambda}\right)}{\frac{\pi p a}{L\lambda}} \right)^2 \quad (9)$$

Das Hauptmaximum ist also in der Mitte des Schirms bei  $p = 0$  zu erwarten. Für das  $n$ -te Minimum des Beugungsbildes gilt, dass das Argument des Sinus hier  $n\pi$  werden muss. Aus der Bedingung  $\frac{\pi p a}{L\lambda} = n\pi$  folgt direkt

$$a = \frac{nL\lambda}{p} \quad (10)$$

Bei bekanntem Schirmabstand und bekannter Wellenlänge kann also aus der Position eines Minimums die Breite des Spaltes bestimmt werden.

## 2.2 Steg

Ein lichtundurchlässiger Steg von der gleichen Breite wie der des vorherigen Spaltes wird nun in den Laserstrahl gebracht. Ein Satz aus der Optik, das

Babinet-Theorem, besagt, dass das Beugungsbild zweier komplementärer Blenden (in diesem Fall Steg und Einzelspalt) bis auf die nullte Beugungsordnung identisch ist. Dies lässt sich damit erklären, dass die Amplituden außerhalb des Zentralbereichs zweier komplementärer Blenden gerade entgegengesetzt sind. Da die Intensität aber dem Quadrat der Amplituden entspricht fällt das unterschiedliche Vorzeichen nicht ins Gewicht.

Wir erwarten beim Steg also ein sehr ähnliches Beugungsbild wie beim Einzelspalt.

### 2.3 Kreisöffnung, Kreisscheibe und Kante

Das Beugungsbild einer Kreisförmigen Öffnung kann ähnlich wie das des Einzelspalts berechnet werden. Die Transmissionsfunktion wie das Integral sind lediglich zweidimensional. Das Ergebnis entspricht auch dem des Einzelspaltes: Was vorher die Position auf dem Schirm ( $p$ ) war entspricht nun dem Abstand des Punktes vom Schirmmittelpunkt. Es ergeben sich konzentrische Kreise als Beugungsbild.

Nach dem Babinet-Theorem muss bis auf den Mittelpunkt bei der Kreisscheibe das gleiche Bild entstehen. Allerdings wird auch die Mitte des Schirms bei der Kreisscheibe hell sein. Dies liegt daran, dass alle Strahlen von den Rändern der Scheibe bis zur Schirmmitte den gleichen Abstand haben und daher alle konstruktiv interferieren. Dieses Hauptmaximum nennt man auch den Poisson-Fleck.

Die Beugung an der Kante kann nicht durch Fraunhoferbeugung berechnet werden, da der „Spalt“ nicht klein gegenüber dem Abstand zum Schirm ist. Die exakte Berechnung führt auf die fresnelschen Integrale, würde aber im Rahmen dieser Vorbereitung zu weit führen. Qualitativ ergibt sich im Bereich der Kante ein kontinuierlicher Übergang von niedriger zu hoher Intensität und auf der lichtdurchlässigen Seite eine abklingende Oszillation der Intensität wie in Abbildung 3 dargestellt.

### 2.4 Breite eines Haares

Wieder gilt das Babinet-Theorem. Das Haar kann als komplementärer Einzelspalt aufgefasst werden. Misst man die Abstände der Minima vom Hauptmaximum kann also nach Gleichung 10 die Breite des Haares bestimmt werden.

## 3 Beugung an Mehrfachspalten und Gittern

### 3.1 Doppelspalt

Die Intensitätsverteilung eines Doppelspalts kann wie bei einem Einzelspalt durch Fouriertransformation der Transmissionsfunktion gewonnen werden, die diesmal allerdings innerhalb von zwei Intervallen nicht 0 ist. Für einen Spaltabstand  $a$  und Spaltbreite  $b$  ergibt sich dabei

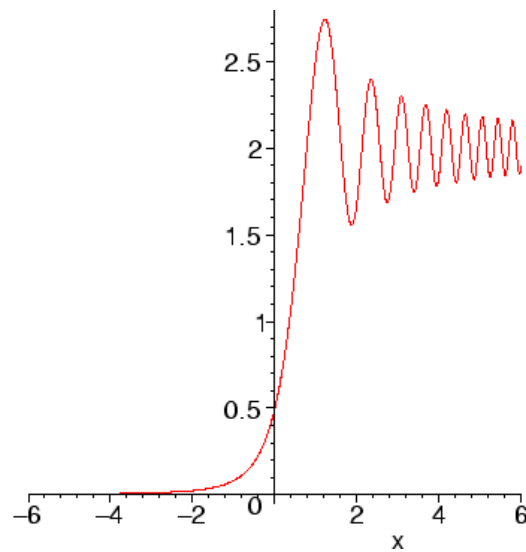


Abbildung 3: Beugungsbild an einer Kante (Quelle: <http://wwwex.physik.uni-ulm.de/lehre/gk3a-2003/node37.html>)

$$I \propto 4 \left( \frac{\sin\left(k_x \frac{b}{2}\right)}{k_x \frac{b}{2}} \right)^2 \cos^2\left(k_x \frac{a}{2}\right) \quad (11)$$

Das Beugungsbild entspricht einer Kosinusoszillation die von einem sinc eingehüllt wird (da normalerweise der Spaltabstand deutlich größer ist als die Spaltbreite). Dies kann mit Gleichung 8 wieder in Beziehung mit der Position auf dem Schirm gesetzt werden. Für die Maxima muss gelten, dass das Argument des Kosinus ein ganzzahliges Vielfaches von  $\pi$  ist:

$$\frac{a\pi p}{L\lambda} = n\pi \quad (12)$$

woraus unmittelbar für den Spaltabstand

$$a = \frac{nL\lambda}{p} \quad (13)$$

folgt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass an dieser Stelle wider Erwarten kein Maximum vorliegt, wenn der Sinusterm hier 0 ergibt. Das ist dann der Fall, wenn die identischen Einzelspalte, als den man den Doppelspalt auch ansehen kann, an der Stelle ein Minimum haben. Kann man dieses fehlende Maximum im Versuch gut erkennen, so kann auf diese Art und Weise auch die Spaltbreite der Spalte bestimmt werden:

$$b = \frac{nL\lambda}{p} \quad (14)$$

Dabei ist zu beachten, dass  $n$  in dieser Gleichung die Ordnung des Einzelspaltminimums bezeichnet, nicht die des fehlenden Doppelspaltmaximums. Wenn man es im Versuch nicht richtig erkennen kann, so bietet sich auch noch die Möglichkeit, einen der Spalte zuzudecken und nach Minima des Einzelspalts Ausschau zu halten.

### 3.2 Charakteristik des Doppelspaltes und Dreifachspalt

Direkt aus Gleichung 11 kann entnommen werden, dass bei größerem Spaltabstand die Maxima näher zusammenrücken. Bei größerer Spaltbreite schwingt die Einhüllende mit einer höheren Frequenz, das heißt wird enger.

Für den Dreifachspalt kann wieder durch die Fraunhoferbeugung das Beugungsbild berechnet werden. Dabei ergibt sich, dass zwischen den Hauptmaxima noch kleinere Nebenmaxima ausbilden. Insgesamt werden die Hauptmaxima schärfer als beim Doppelspalt abgebildet.

### 3.3 Gitter

Ein Gitter ist prinzipiell ein Vielfachspalt. Was sich beim Dreifachspalt schon angedeutet hat setzt sich hier fort: Neben den sehr scharfen Hauptmaxima werden die Nebenmaxima nahezu nicht mehr sichtbar sein. Die Gitterkonstante gibt den Abstand zwischen zwei Spalten im Gitter an. Es stellt sich heraus dass die gleiche Formel wie für den Spaltabstand beim Doppelspalt gilt:

$$g = \frac{nL\lambda}{p} \quad (15)$$

wobei  $g$  die Gitterkonstante und  $n$  die Ordnung des Maximums ist.

### 3.4 Beugung an Kreuz- und Wabengittern

Es werden besonders geformte Kreuz- und Wabengitter in den Strahlengang gebracht und das Beugungsbild betrachtet. Dieser Versuchsteil bedarf keiner Auswertung.

## 4 Abbildung nicht selbstleuchtender Objekte

Ein Gitter mit 100 Spalten pro cm soll in diesem Versuchsteil mit einem Laser bestrahlt und durch eine 150mm-Linse abgebildet werden. Das parallele Laserlicht wird am Spalt aber gebeugt. Damit das Abbild des Spaltes korrekt mit dem Objekt übereinstimmt müssten sämtliche gebeugte Strahlen wieder in einem Punkt zusammenlaufen. Dies ist aber in der Realität nicht machbar. Das Abbésche Kriterium besagt aber, dass es zum Erkennen der Gitterstruktur ausreichend ist, wenn neben dem Hauptstrahl die erste Beugungsordnung korrekt abgebildet wird.

Abbildung 4 zeigt exemplarisch den Strahlengang zweier einfallender Laserstrahlen. Die zweite Beugungsordnung wird nicht mehr vom Objektiv erfasst, aber die erste wird korrekt auf das Bild abgebildet. Im Versuch soll nun untersucht werden, wie sich das Bild beim Durchlassen beziehungsweise Blockieren verschiedener Beugungsordnungen ändert.

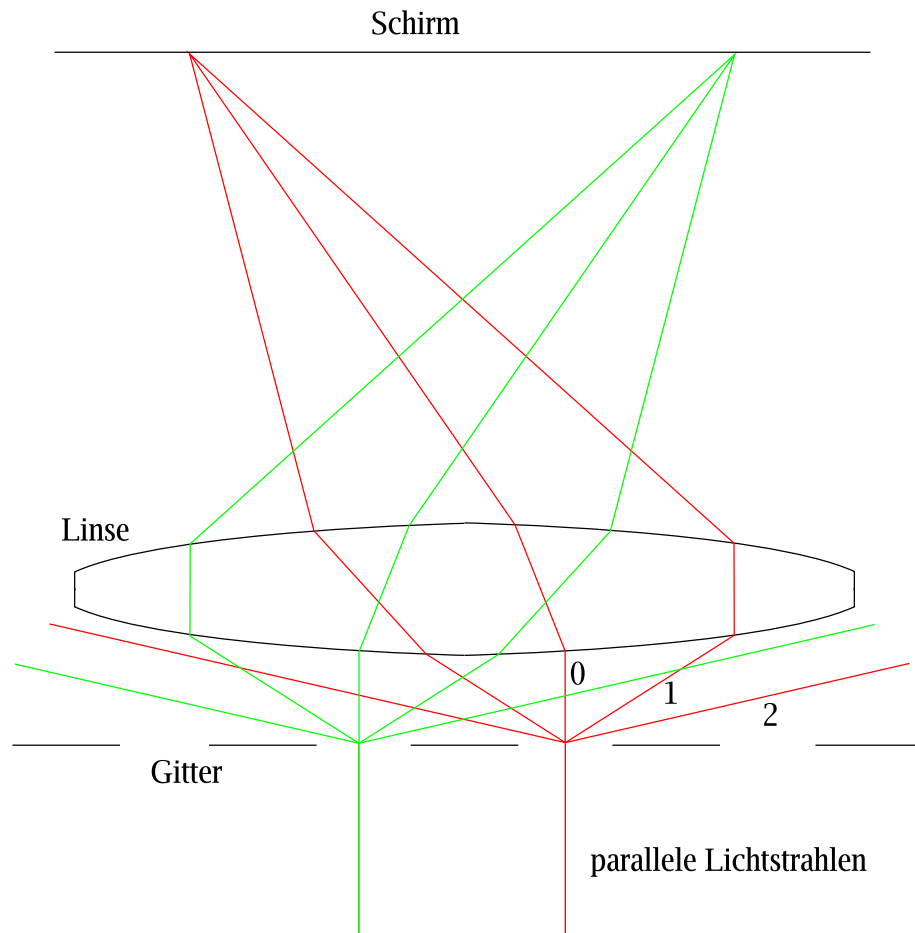


Abbildung 4: Strahlengang bei der Abbildung eines Gitters

## 5 Holographie

Bei der Holographie werden die von einem Objekt ausgehenden Wellen (Amplitude, Phase und Ausbreitungsrichtung) aufgezeichnet. Bei der herkömmlichen Fotografie hingegen werden nur die Intensitäten (Amplitudenquadrate) gespeichert, wodurch Informationen über die räumliche Beschaffenheit des Objekts

(Tiefengestaltung) verloren gehen.

Da eine fotografische Schicht nur Intensitäten registrieren bzw. speichern kann wird die Aufzeichnung der Phasen auf so einer Schicht durch die Interferenz zweier Wellen erreicht, deren resultierende Intensität dann von ihrer Phasendifferenz abhängt. Dazu überlagert man die Lichtwellen die von einem Objekt ausgehen mit einer Referenzwelle in der Ebene der Schicht. Damit es überhaupt zur Interferenz kommt müssen die verwendeten Lichtquellen hinreichend kohärent sein. Hier bietet sich Laserlicht an, das dann sowohl als Referenzwelle als auch zur Beleuchtung des Objektes benutzt werden muss.

Durch bloßes Draufschauen auf das Hologramm sieht man das aufgenommene Objekt natürlich nicht, da in dem Intensitätsmuster ja auch noch die Phaseninformationen kodiert sind. Um das Bild wieder zu erhalten muss das Hologramm mit dem gleichen Referenzstrahl beleuchtet werden mit dem es erstellt wurde. Der Strahl wird an den Interferenzstrukturen des Hologramms gebeugt und hinter dem Hologramm wird genau die Anordnung der Wellen rekonstruiert die bei der Aufnahme vorhanden war. Das beobachtbare Bild erscheint dann als rückwärtige Verlängerung dieser Wellen auf der bestrahlten Seite des Hologramms. Mit Hilfe einer Linse können die Wellen auch ein reales Bild auf einem Schirm erzeugen.